### Politechnika Warszawska

Simulation model of a vehicle with an internal combustion engine and automatic gearbox

# Model symulacyjny układu napędowego pojazdu z silnikiem spalinowym i automatyczną skrzynią biegów



A math. model of a vehicle's drive system was presented, which consists of a 4-stroke combustion engine with spark ignition and a 5-speed gearbox with main transmission. Dynamics eqns. and simple chem. processes were used in the model of the combustion engine. A simplified math. model of the vehicle body was included and the control system for the gearbox was designed.

Keywords: combustion engine, mathematical model, drive system

Projektowanie modeli symulacyjnych elementów układu napędowego oraz pojazdów jest istotną częścią prac nad rzeczywistymi obiektami<sup>1-3)</sup>. Na rynku jest dostępnych wiele różnych środowisk, które pozwalają budować takie modele. Dzięki temu inżynierowie mogą opracowywać skomplikowane modele matematyczne<sup>4-6)</sup> różnych procesów dynamicznych, bez konieczności budowania prototypów. Pozwala to na sprawdzenie różnych możliwości oraz dobór właściwych parametrów pracy podczas prowadzenia badań symulacyjnych<sup>7)</sup>. Efektem takich projektów jest mniej kosztowny końcowy obiekt rzeczywisty.

Rozwój pojazdów w kierunku pełnej autonomii jest związany ze wzrostem bezpieczeństwa i niezawodności w dziedzinie transportu. Pojazdy autonomiczne znajdą swoje zastosowanie w transporcie drogowym, a także w transporcie surowców, produktów chemicznych oraz odpadów wewnątrz zakładów, minimalizując ryzyko dla pracowni-



Mgr inż. Kinga SZOST (ORCID: 0000-0001-5375-3020) w roku 2019 ukończyła studia na Wydziale Samochodów i Maszyn Roboczych Politechniki Warszawskiej. Jest asystentem w Instytucie Pojazdów i Maszyn Roboczych tego samego wydziału. Specjalność – inżynieria mechaniczna.

\* Adres do korespondencji:

Wydział Samochodów i Maszyn, Politechnika Warszawska, ul. Narbutta 84, 02-524 Warszawa, tel.: (22) 234-81-18, e-mail: kinga.szost@pw.edu.pl Przedstawiono model matematyczny układu napędowego pojazdu, który składa się z silnika spalinowego o zapłonie iskrowym i czterech suwach pracy oraz pięciostopniowej skrzyni biegów i przekładni głównej. W modelu silnika spalinowego wykorzystano równania dynamiki oraz podstawowych procesów chemicznych. Uwzględniono uproszczony model matematyczny nadwozia pojazdu w celu weryfikacji poprawności działania całego układu. Zaprojektowano system sterowania skrzynią biegów. Przedstawiono wyniki badań symulacyjnych. **Słowa kluczowe:** silnik spalinowy, model matematyczny, układ napędowy

ków poprzez ograniczenie ich ekspozycji na niebezpieczne substancje. Wprowadzenie pojazdów autonomicznych do przemysłu chemicznego powinno uwzględniać specyficzne wymagania dotyczące bezpieczeństwa procesowego oraz odporności na warunki środowiskowe. Niezbędne będzie również wykorzystanie systemów sterowania i komunikacji, które zwiększą niezawodność i bezpieczeństwo prac tych pojazdów w określonych warunkach pracy. Wykorzystanie silników spalinowych do takich pojazdów może wymagać dodatkowych modyfikacji procesu spalania i odprowadzania spalin, ze względu na kontakt z nietypowym środowiskiem.

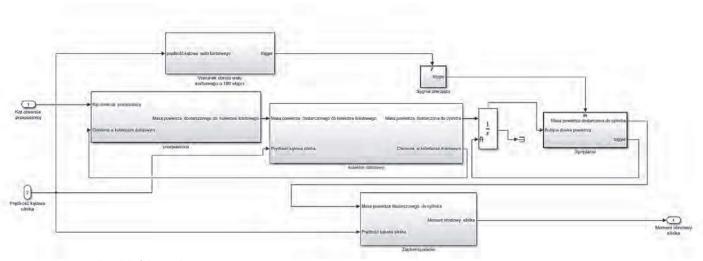
W pracy przedstawiono model symulacyjny układu napędowego pojazdu z silnikiem spalinowym zbudowany w środowisku Matlab/Simulink. Posłuży on jako podstawa do dalszych prac symulacyjnych w kierunku bezpieczeństwa i niezawodności układów napędowych, z uwzględnieniem wykorzystania ich w różnych środowiskach pracy.

## Część badawcza

# Model matematyczny silnika spalinowego o zapłonie iskrowym

Zgodnie z zasadą działania silnika spalinowego o zapłonie iskrowym energia ciśnienia mieszanki paliwowo--powietrznej podczas jej spalania ulega zamianie na energię mechaniczną wału korbowego. Zjawisku temu towarzyszą bardzo złożone procesy chemiczne oraz fizyczne, a ich dokładne odwzorowanie wymaga dużego nakładu pracy





*Fig. 1. Mathematical model of the combustion engine* Rys. 1. Model matematyczny silnika spalinowego

oraz przeprowadzenia szczegółowych badań stanowiskowych. Wobec tego model matematyczny silnika spalinowego został zbudowany na podstawie równań dynamicznych przedstawionych w literaturze<sup>8)</sup>.

Pierwszym elementem modelu jest przepustnica, która odpowiada za dostarczenie powietrza do kolektora dolotowego w zależności od kąta jej otwarcia oraz od ciśnienia panującego w kolektorze dolotowym. Masową ilość powietrza doprowadzonego do kolektora dolotowego przez przepustnicę opisano równaniem (1)<sup>8</sup>:

$$m_{\rm ai} = f(\theta) \cdot g(p_{\rm m}) \tag{1}$$

w którym  $m_{ai}$  oznacza masę powietrza dostarczonego, g,  $f(\theta)$  funkcję kąta otwarcia przepustnicy  $\theta^{\circ}$ , która została wyznaczona doświadczalnie na potrzeby modelu silnika za pomocą wzoru (2)<sup>8</sup>:

$$f(\theta) = 2,821 - 0,05231 \cdot \theta + 0,10299 \cdot \theta^2 - 0,0063 \cdot \theta^3$$
(2)

 $g(p_m)$  oznacza funkcję ciśnienia w kolektorze dolotowym  $p_m$  zależną od ciśnienia atmosferycznego, a p<sub>0</sub> przyjęto jako

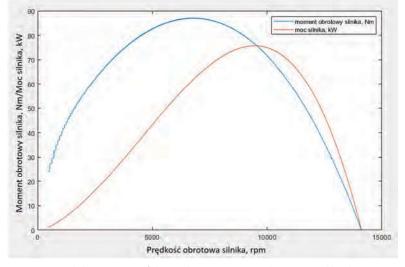


Fig. 2. External characteristic of the combustion engine without external load Rys. 2. Charakterystyka zewnętrzna silnika spalinowego bez obciążenia zewnętrznego

1 bar<sup>8)</sup>. Założono<sup>8)</sup>, że jeśli ciśnienie w kolektorze dolotowym jest mniejsze lub równe połowie ciśnienia atmosferycznego, to występuje dźwiękowy przepływ powietrza (3):  $g(p_m) = 1$  (3)

natomiast jeśli ciśnienie panujące w kolektorze dolotowym jest większe niż połowa ciśnienia atmosferycznego, funkcja ciśnienia przyjmuje postać<sup>2)</sup> (4):

$$g(p_{\rm m}) = \frac{2}{p_0} \sqrt{(p_{\rm m} \cdot p_0 - p_{\rm m})^2}$$
(4)

Wprowadzono ograniczenie zadanego kąta otwarcia przepustnicy w postaci saturacji, aby sygnał nie przyjmował wartości mniejszych niż 0 oraz większych niż 90, ze względu na konstrukcję przepustnicy.

Kolejnym elementem jest kolektor dolotowy. Ciśnienie w nim panujące można w uproszczeniu opisać jako różnicę ciśnienia powietrza dostarczonego oraz przekazanego już do cylindra, na podstawie równania Clapeyrona<sup>8)</sup> (5):

$$p_{\rm m} = \frac{RT}{v_{\rm m}} \cdot m_{\rm ai} - \frac{RT}{v_{\rm m}} \cdot m_{\rm ao}$$
 (5)

Przekształcając wzór (5), otrzymuje się zależność  $(6)^{8}$ :

$$p_{\rm m} = \frac{RT}{v_{\rm m}} \cdot (m_{\rm ai} - m_{\rm ao}) \tag{6}$$

w której *R*oznacza stałą gazową, przyjęto R = 8,31 J/mol·K, *T* temperaturę powietrza, przyjęto  $T = 25^{\circ}\text{C} = 298$  K,  $V_{\text{m}}$  objętość kolektora dolotowego, przyjęto  $V_{\text{m}} = 7$  L = 0,007 m<sup>3</sup>,  $m_{\text{ao}}$  masę powietrza dostarczaną do cylindra, która została przedstawiona jako wyznaczona doświadczalnie funkcja<sup>8</sup>) ciśnienia w kolektorze dolotowym  $p_{\text{m}}$  i prędkości kątowej silnika  $\omega$  (6):

$$m_{\rm ao} = -0.366 \pm 0.08979 \cdot \omega \cdot p_{\rm in} - -0.0377 \cdot \omega \cdot p_{\rm m}^2 \pm 0.0001\omega^2 \cdot p_{\rm in}$$
(6)

Moment obrotowy generowany przez silnik zależy od ilości powietrza i paliwa dostarcza-

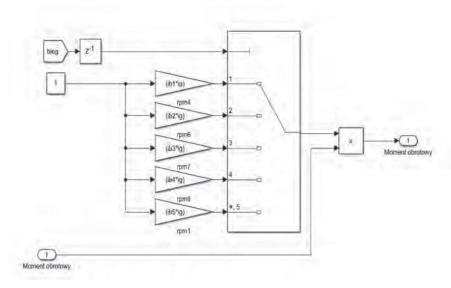


Fig. 3. Mathematical model of main gear and gearbox Rys. 3. Model matematyczny przekładni głównej i skrzyni biegów

nych do cylindra, od wymiarów cylindra oraz od wielu innych właściwości fizycznych charakteryzujących silnik. Równanie (7) opisujące wartość momentu obrotowego zostało wyznaczone eksperymentalnie<sup>8)</sup>, uwzględniając odpowiednie właściwości fizyczne:

$$T_{e} = -181.3 + 379.36 \cdot m_{ao} + 21.91 \cdot \frac{A}{F} - - -0.85 \cdot (\frac{A}{F})^{2} + 0.26 \cdot \sigma - 0.0028 \cdot \sigma^{2} + (7)$$

$$0.027 \cdot \omega - 0.000107 \cdot \omega^{2} + 0.00048 \cdot \omega \cdot \sigma + (7)$$

 $+2,55 \cdot m_{ao} \cdot \sigma - 0,05 \cdot \sigma^2 \cdot m_{ao}$ 

w którym  $T_e$  oznacza moment obrotowy generowany przez silnik. Nm,  $m_{ao}$  masę powietrza dostarczonego do cylindra, g.  $\frac{A}{r}$  stosunek masy powietrza do masy paliwa,  $\sigma$ kąt wyprzedzenia zapłonu, przyjęto  $\sigma = 12^\circ$ , a  $\omega$  prędkość kątową silnika, rad/s.

Dodatkowo model został rozbudowany o układ sterowania zaworem ssącym, ze względu na cztery suwy pracy silnika<sup>9)</sup>. Na rys. 1 przedstawiono model matematyczny

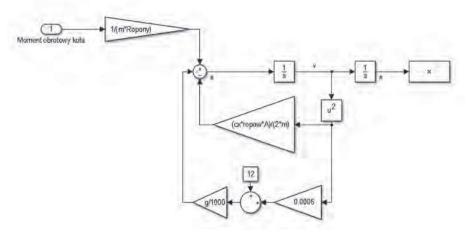


Fig. 4. Mathematical model of the vehicle body Rys. 4. Model matematyczny nadwozia pojazdu

silnika spalinowego, uwzględniający wszystkie opisane zjawiska i procesy. W celu weryfikacji poprawności działania modelu silnika przeprowadzono symulację i wygenerowano jego charakterystykę zewnętrzną bez obciążenia zewnętrznego, przedstawioną na rys. 2.

### Model matematyczny przekładni głównej i skrzyni biegów

Zbudowano uproszczony model matematyczny przekładni głównej oraz skrzyni biegów, który odpowiada za zwiększanie momentu obrotowego zgodnie z wartością przełożenia przekładni głównej i danego biegu. Nie uwzględniono biegu wstecznego oraz biegu neutralnego. Założono, że na początku symulacji jest włączony bieg pierwszy. Model przekładni i skrzyni biegów przedstawiono na rys. 3.

#### Model matematyczny nadwozia pojazdu

Model matematyczny nadwozia pojazdu przygotowano na podstawie uproszczonego równania (8), które opisuje dynamikę pojazdu. Równanie uwzględnia siłę napędową generowaną przez silnik, która musi być dostatecznie duża, aby równoważyć wszystkie siły oporów ruchu działające na pojazd w trakcie jazdy<sup>10</sup>:

$$F_{\rm N} - F_{\rm B} - F_{\rm T} - F_{\rm P} = 0$$
 (8)

w którym  $F_{\rm N}$  oznacza siłę napędową generowaną przez silnik,  $F_{\rm B}$  siłę bezwładności,  $F_{\rm T}$  siłę oporów toczenia, a  $F_{\rm P}$  siłę oporów powietrza.

Szczegółowo rozpisane równania poszczególnych sił, które zostały zamodelowane są dostępne w literaturze<sup>10</sup>. Model nie uwzględnia układu hamulcowego, wobec czego pojazd może zwalniać jedynie poprzez wytracanie prędkości, wykorzystując opory ruchu, jeśli nie jest generowana siła napędowa. Przygotowany model nadwozia pojazdu, który umożliwia jedynie jazdę w jednym kierunku, przedstawiono na rys. 4.

#### Układ sterowania skrzynią biegów

Głównym zadaniem układu sterowania jest generowanie numeru biegu, z którego w danym momencie powinna korzystać skrzynia biegów Założono, że użyteczny zakres pracy modelowanego silnika współpracującego z całym układem napędowym wynosi 2000–4500 rpm. Zaproponowany zakres może wydawać się ograniczony w stosunku do charakterystyki zewnętrznej silnika (rys. 2), jednakże kolejne elementy układu napędowego oraz opory ruchu są obciążeniem zewnętrznym silnika, co uniemożliwia rozwijanie maksymalnych



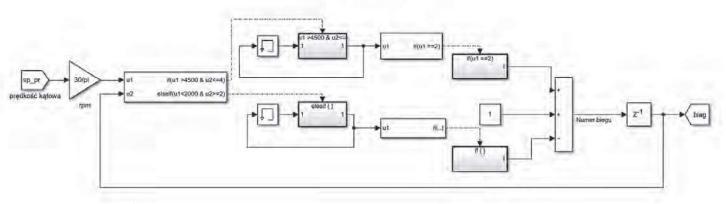


Fig. 5. Transmission control system Rys. 5. Układ sterowania skrzynią biegów

prędkości obrotowych przedstawionych w charakterystyce. Wobec tego modelowany układ sterowania pozwala na zmianę biegu na wyższy, jeśli prędkość obrotowa silnika przekroczy wartość 4500 rpm, a zmiana biegu na niższy następuje, gdy prędkość obrotowa osiągnie wartość poniżej 2000 rpm. Na rys. 5 przedstawiono model układu sterowania skrzynią biegów. Wygenerowany sygnał z informacją o numerze biegu wykorzystywany jest przez model skrzyni biegów. Na podstawie numeru biegu wybierana (rys. 3) jest właściwa wartość przełożenia, przez którą zwiększany jest moment obrotowy dostarczany do kół pojazdu.

#### Omówienie wyników symulacji

W celu sprawdzenia poprawności działania układu napędowego przeprowadzono badanie symulacyjne, w którym kąt otwarcia przepustnicy przez pierwsze 30 s symulacji wynosił 90°, a w zakresie 30–60 s symulacji został zmniejszony do 4°. Na rys. 6 i 7 przedstawiono charakterystyki parametrów, które świadczą o poprawności działania modelu.

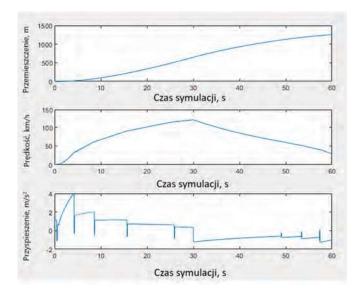


Fig. 6. The time series of movement, speed and acceleration of the vehicle Rys. 6. Przebieg czasowy przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia pojazdu

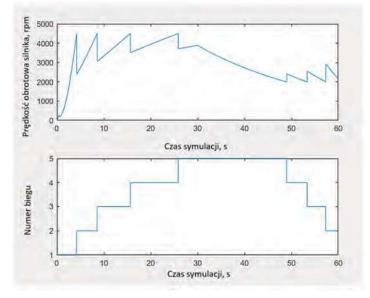


Fig. 7. The time series of engine rotational speed and gear number Rys. 7. Przebieg czasowy prędkości obrotowej silnika oraz numeru biegu

Na podstawie rys. 6 można stwierdzić, że pojazd poruszał się ruchem zmiennym. Na początku symulacji następowało przyspieszanie i zwiększanie prędkości jazdy, a po zmianie wartości kąta otwarcia przepustnicy na minimalną pojazd zaczynał wytracać prędkość. Ponadto zmiany przyspieszeń pojazdu związane były z występującymi zmianami biegów. Dodatkowo przebieg czasowy przedstawiony na rys. 7 potwierdza poprawność działania układu sterowania skrzynia biegów, kolejne zmiany biegów na wyższe były realizowane zgodnie z założeniem przy prędkości obrotowej 4500 rpm, a zmiany biegów na niższe występowały przy prędkości obrotowej 2500 rpm. W celu właściwej oceny działania modelu silnika spalinowego podczas współpracy z całym układem napędowym na rys. 8 przedstawiono jego charakterystykę zewnętrzną wygenerowaną pod obciążeniem jazdy pojazdu.

Charakterystyka momentu obrotowego i mocy silnika pokazuje, że model pomimo uproszczeń poprawnie generował moment napędowy na potrzeby tego badania. Widoczne punkty, poza charakterystyczną krzywą, były związane ze zmianą przełożenia w skrzyni biegów. Występujące ujemne wartości były związane z wytracaniem prędkości jazdy, czyli hamowaniem z wykorzystaniem oporów ruchu, a nie układem hamulcowym.

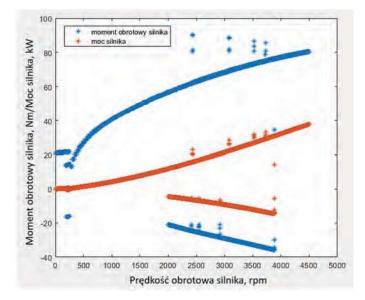


Fig. 8. External characteristic of the combustion engine without external load Rys. 8. Charakterystyka zewnętrzna silnika spalinowego z obciążeniem zewnętrznym

## Podsumowanie

Przedstawiony model układu napędowego pojazdu został zbudowany z zachowaniem modułowości, co umożliwi wprowadzanie zmian w parametrach danego elementu, bez konieczności zmiany pozostałych podzespołów. Zarówno silnik spalinowy, jak i skrzynia biegów mogą zostać wymienione na inne modele matematyczne. Wprowadzone uproszczenia mogą powodować niedokładność odwzorowania pracy napędu w stosunku do rzeczywistych układów, jednakże stanowią podstawę do dalszej pracy nad rozwojem modeli.

Kolejnym etapem prac będzie rozbudowanie modelu silnika spalinowego, w celu umożliwienia dodatkowych analiz parametrów, takich jak skład mieszanki paliwowopowietrznej i ilość spalanego paliwa. Badania związane z tymi parametrami mogą pozwolić na analizę wpływu układu napędowego na emisyjność silnika spalinowego.

 Otrzymano:
 16-10-2024
 Zrecenzowano:
 28-11-2024

 Zaakceptowano:
 05-12-2024
 Opublikowano:
 20-12-2024

#### LITERATURA

- O.V. Oţăt, I. Dumitru, L. Racilă, D. Tutunea, L. Matei, *Adv. Eng. Forum* 2021, 42, 71, doi: 10.4028/www.scientific.net/aef.42.71.
- [2] Z. Pusztai, P. Kőrös, F. Szauter, F. Friedler, *Energies* 2022, **15**, nr 10, 3631.
- [3] D. Steckiewicz, R. Piotrowski, *Pomiary Automatyka Robotyka* 2012, **16**, nr 2, 489.
- [4] R. Strojny, R. Piotrowski, *Pomiary Automatyka Robotyka* 2013, 59, nr 12, 1289.
- [5] M. Makowski, W. Grzesikiewicz, L. Knap, J. Pokorski, *Technika Transportu Szynowego* 2015, **22**, nr 12, 1011.
- [6] W. Grzesikiewicz, A. Zbiciak, R. Michalczyk, *Logistyka* 2014, nr 6, 4292.
- [7] W. Xiaoxuan, Y. Ling, Przem. Chem. 2024, 103, nr 1, 59.
- [8] P.R. Crossley, J.A. Cook, Mater. Konf. International Conference on Control 1991, 25–28 March 1991, Edinburgh, UK.
- [9] https://www.mathworks.com/help/simulink/slref/modeling-enginetiming-using-triggered-subsystems.html, dostęp 16.10.2024 r.
- [10] S. Arczyński, *Teoria ruchu samochodu*, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1984.



